

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РЕГИОНАЛЬНАЯ ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ

**КРИТЕРИИ И МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ
ВЫПОЛНЕННЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ
МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2025/26 учебный год**

7-11 классы

7 класс

7.1. (7 баллов)

Имеется 4 палочки длиной по 1 см, 4 палочки длиной по 2 см, 7 палочек длиной по 3 см и 5 палочек длиной по 4 см. Можно ли из всех палочек набора сложить прямоугольник?

Ответ: такого прямоугольника не существует.

Решение. Пусть такой прямоугольник существует.

$$P = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 53 \text{ (см).}$$

Полупериметр прямоугольника – это сумма длин двух смежных сторон:

$$\frac{P}{2} = 26,5 \text{ см.}$$

Но из данных условия из палочек можно сложить смежные стороны, сумма длин которых будет целым числом. Получили противоречие. Значит такого прямоугольника не существует.

7.2. (7 баллов)

Восстановите запись примера:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 *** ** \\
 ** \\
 \hline
 *** \\
 *** \\
 \hline
 ** \\
 ** \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ** \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: 1 009 899.

Решение.

Умножая двузначный делитель на первую и последнюю цифру частного, мы получили двузначное число, а при умножении этого делителя на 2 получили трехзначное число; поэтому первая и последняя цифры частного могут быть только 1, вторая и четвертая цифры – 0, так как на соответствующих этапах деления сносятся по две цифры. Таким образом, частное равно 10201.

При первом вычитании из трёхзначного числа вычитается двузначное число и получается однозначная разность, которая является первой цифрой произведения делителя на 2, а поэтому она равна 1. Отсюда следует, что при первом вычитании уменьшаемое равно 100, а вычитаемое – 99. Но это вычитаемое равно делителю, так как первая цифра частного равна 1, то есть делитель равен 99, а делимое $99 \cdot 10201 = 1009899$.

7.3. (7 баллов)

Цена билета в театр выросла на 40%, а выручка снизилась на 16%. На сколько процентов уменьшилось число зрителей?

Ответ: число зрителей уменьшилось на 40%.

Решение.

Пусть зрителей до подорожания было n человек, а один билет стоил a рублей. Тогда выручка составляла an рублей.

После повышения цены билет стал стоить $1,4a$ рублей, а выручка составила $0,84an$ рублей. Тогда число зрителей оказалось равно

$$\frac{0,84an}{1,4a} = 0,6n.$$

Таким образом, число зрителей составило 60% от исходного числа. Следовательно, число зрителей снизилось на 40%.

7.4. (7 баллов)

Назовём число замечательным, если оно делится на сумму своих цифр. Например, число 132 делится на 6 (сумму своих цифр). Найдите наибольшее трёхзначное число, в записи которого нет одинаковых цифр и остающееся замечательным при любой перестановке его цифр.

Ответ: 864.

Решение.

Так как в записи искомого трёхзначного числа нет одинаковых цифр, то сумма его цифр не превосходит 24. Признаки делимости на простые числа, не превосходящие 24, кроме признака делимости на 3, учитывают значение цифр и их позиции в записи числа. Так как искомое число не теряет свойство делимости при перестановке его цифр, то оно должно быть кратно 3. Значит, сумма его цифр также кратна 3.

Она не может быть равна 24, так как такую сумму имеет только одно число (единственный набор цифр), записанное разными цифрами – 978, но оно не является замечательным.

Сумма цифр не может быть равна $21 = 3 \cdot 7$, так как при перестановке разных цифр числа делимость на 7 сохраняется, только если переставляемые цифры отличаются на 7. А трёх разных цифр, попарно отличающихся друг от друга, нет. Если сумма цифр равна $18 = 2 \cdot 9$ (чётное), то все цифры искомого числа должны быть чётными (любая из них, при соответствующей перестановке, может оказаться последней в записи). Число 864 – искомое.

8 класс

8.1. (7 баллов)

Восстановите запись примера:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 *** ** \\
 ** \\
 \hline
 *** \\
 *** \\
 \hline
 ** \\
 ** \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ** \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: 1 009 899.

Решение.

Умножая двузначный делитель на первую и последнюю цифру частного, мы получили двузначное число, а при умножении этого делителя на 2 получили трёхзначное число; поэтому первая и последняя цифры частного могут быть только 1, вторая и четвертая цифры – 0, так как на соответствующих этапах деления сносятся по две цифры. Таким образом, частное равно 10201.

При первом вычитании из трёхзначного числа вычитается двузначное число и получается однозначная разность, которая является первой цифрой произведения делителя на 2, а поэтому она равна 1. Отсюда следует, что при первом вычитании уменьшаемое равно 100, а вычитаемое – 99. Но это вычитаемое равно делителю, так как первая цифра частного равна 1, то есть делитель равен 99, а делимое $99 \cdot 10201 = 1009899$.

8.2. (7 баллов)

Лариса и Анфиса отправились в магазин за покупками. Лариса сделала покупку на 980 рублей: купила 3 пакета молока, 7 пачек творога и 5 йогуртов. Анфиса потратила 1160 рублей: купила 2 пакета молока, 10 пачек творога и 6 йогуртов. Определите суммарную стоимость одного пакета молока, одной пачки творога и одного йогурта.

Ответ: 200.

Решение.

Обозначим через a , b и c цены пакета молока, пачки творога и йогурта соответственно. По условию задачи получим следующие равенства:

$$\begin{aligned}
 3a + 7b + 5c &= 980, \\
 2a + 10b + 6c &= 1160.
 \end{aligned}$$

Преобразуем эти равенства и получим:

$$2(3a + 7b + 5c) - (2a + 10b + 6c) = 2 \cdot 980 - 1160.$$

Приведем подобные слагаемые, получим:

$$4a + 4b + 4c = 800.$$

Разделив обе части равенства на 4, получим

$$a + b + c = 200.$$

Таким образом, суммарную стоимость одного пакета молока, одной пачки творога и одного йогурта равна 200.

8.3. (7 баллов)

Известно, что

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 1 \text{ и } a + b + c = 7.$$

Найдите $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a}$.

Ответ: 4.

Решение.

Пусть $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} = p$.

$$\begin{aligned} 7 = \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \cdot (a + b + c) &= \frac{a}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{a}{c+a} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \\ &+ \frac{c}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{c}{c+a} = p + 3. \end{aligned}$$

Тогда $7 = p + 3$, $p = 4$.

8.4. (7 баллов)

Назовем число замечательным, если оно делится на сумму своих цифр. Например, число 132 делится на 6 (сумму своих цифр). Найдите наибольшее трёхзначное число, в записи которого нет одинаковых цифр и остающееся замечательным при любой перестановке его цифр.

Ответ: 864.

Решение.

Так как в записи искомого трёхзначного числа нет одинаковых цифр, то сумма его цифр не превосходит 24. Признаки делимости на простые числа, не превосходящие 24, кроме признака делимости на 3, учитывают значение цифр и их позиции в записи числа. Так как искомое число не теряет свойство делимости при перестановке его цифр, то оно должно быть кратно 3. Значит, сумма его цифр также кратна 3.

Она не может быть равна 24, так как такую сумму имеет только одно число (единственный набор цифр), записанное разными цифрами – 978, но оно не является замечательным.

Сумма цифр не может быть равна $21 = 3 \cdot 7$, так как при перестановке разных цифр числа делимость на 7 сохраняется, только если переставляемые цифры отличаются на 7. А трёх разных цифр, попарно отличающихся друг от

друга, нет. Если сумма цифр равна $18 = 2 \cdot 9$ (чётное), то все цифры искомого числа должны быть чётными (любая из них, при соответствующей перестановке, может оказаться последней в записи). Число 864 – искомое.

9 класс

9.1. (7 баллов)

В банк кладётся 100 рублей на 10 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет доход в 5% один раз в год или если он начисляет доход $\frac{5}{12}\%$ один раз в месяц?

Ответ: если начисляет $\frac{5}{12}\%$ один раз в месяц.

Решение.

В первом случае общая сумма дохода будет равна

$$S = 1000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} \text{ рублей.}$$

Во втором случае общая сумма дохода будет равна

$$S = 1000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{120} \text{ рублей.}$$

Сравним $\left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10}$ и $\left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{120}$. Для этого достаточно сравнить $1 + \frac{5}{100}$ и $\left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12}$.

Рассмотрим $\left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12}$.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12} &= \underbrace{\left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right) \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)}_{12 \text{ раз}} = \\ &= 1^{12} + 12 \cdot 1 \cdot \frac{5}{12 \cdot 100} + \dots = 1 + \frac{5}{100} + \underbrace{\dots}_{\text{положительные слагаемые}} > 1 + \frac{5}{100}. \end{aligned}$$

Таким образом, $1 + \frac{5}{100} < \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12}$.

9.2. (7 баллов)

Докажите, что сумма

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2024^3$$

делится на 2025.

Решение.

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2024^3 &= \\ &= (1^3 + 2024^3) + (2^3 + 2023^3) + \dots + (1012^3 + 1013^3) = \\ &= 2025 \cdot (1 - 2024 + 2024^2) + 2025 \cdot (2 - 2 \cdot 2023 + 2023^2) + \end{aligned}$$

$$+ \dots + 2025 \cdot (1012^2 - 1012 \cdot 1013 + 1013^2) = 2025 \cdot A.$$

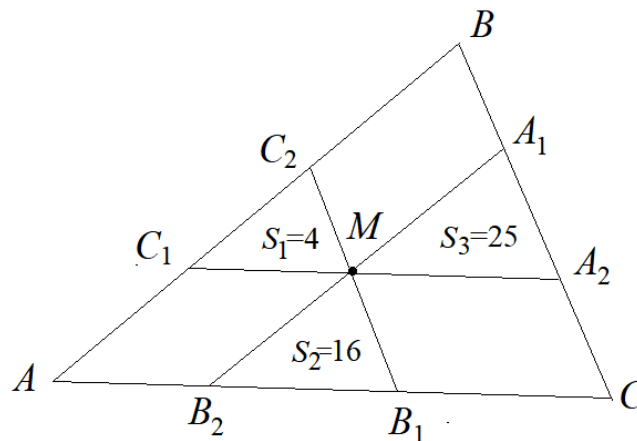
Очевидно, что результат делится на 2025.

9.3. (7 баллов)

Через внутреннюю точку треугольника проведены прямые параллельно сторонам данного треугольника. Площади образовавшихся треугольников равны 25, 16 и 4. Найдите площадь данного треугольника.

Ответ: 121.

Решение.



1) Так как $A_1B_2 \parallel AB$, $C_1A_2 \parallel AC$, $B_1C_2 \parallel CB$, то треугольники C_1C_2M и B_2MB_1 подобны по двум углам, причём квадрат коэффициента подобия равен $k_1^2 = \frac{S_2}{S_1} = \frac{16}{4} = 4$ и $k_1 = 2$. Треугольники C_1C_2M и MA_1A_2 также подобны по двум углам, причём квадрат коэффициента подобия равен $k_2^2 = \frac{S_3}{S_1} = \frac{25}{4}$ и $k_2 = 2,5$.

2) Пусть $C_1M = x$, h – высота треугольника C_1C_2M . Тогда $2h$ – высота треугольника B_2MB_1 , а также параллелограммов AC_1MB_2 и B_1MA_2C ; $MA_2 = 2,5x$; площадь $S(C_1C_2M) = \frac{1}{2}xh = 4$, $xh = 8$.

3) Треугольники C_1BA_2 и C_1C_2M подобны по двум углам, а коэффициент подобия треугольников равен $k_3 = \frac{C_1A_2}{C_1M} = \frac{x+2,5x}{x} = 3,5$. Тогда $3,5h$ – высота треугольника C_1BA_2 .

4) По свойству параллелограмма $AB_2 = C_1M = x$, $B_1C = MA_2 = 2,5x$.

5) $S(ABC) = S(C_1BA_2) + S(AC_1MB_2) + S(B_2MB_1) + S(B_1MA_2C) =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 3,5x \cdot 3,5h + x \cdot 2h + 2,5x \cdot 2h + 16 = 3,5 \cdot 3,5 \cdot 4 + 16 + 5 \cdot 8 + 16 =$
 121.

9.4. (7 баллов)

Рассматриваются квадратичные функции вида $y = x^2 + px + q$, для которых $p + \frac{1}{2}q = 2025$. Докажите, что графики данных функций проходят через одну точку.

Решение.

Так как $p + \frac{1}{2}q = 2025$, то $2p + q = 4050$. Тогда

$$f(2) = 2^2 + 2p + q = 4 + 4050 = 4054.$$

Следовательно, все графики функций вида $y = x^2 + px + q$ при заданном условии проходят через точку $(2; 4054)$.

9.5. (7 баллов)

На площади «Истины» Острова лжецов каждый житель которого либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, находится 2025 человек. На вопрос журналиста «Сколько у вас друзей?» все заявили: "Я дружу только с одним человеком, находящимся на площади", "Я не дружу с рыцарями, пришедшими сюда". Кого на площади больше, рыцарей или лжецов?

Ответ: рыцарей больше или их нет вовсе.

Решение.

Если на площади есть рыцари, то каждый лжец дружит хотя бы с одним из них. Но так как каждый рыцарь, находящийся на площади, дружит ровно с одним лжецом, у двух лжецов не может быть общего друга-рыцаря. Тогда каждому лжецу можно поставить в соответствие его друга рыцаря, находящегося на площади, откуда получается, что рыцарей, по крайней мере, столько же, сколько и лжецов. Так как всего на площади нечётное число человек, то равенство невозможно. Значит, рыцарей больше. Если на площади рыцарей нет, то это может быть, если здесь находятся «недружные» лжецы, причём каждый из них имеет друзей-рыцарей, не пришедших на площадь.

10 класс

10.1. (7 баллов)

Сравните

$$2025^{2025} + 2024^{2024} \text{ и } 2025^{2024} + 2024^{2025}.$$

Ответ: первое число больше.

Решение.

Рассмотрим разность этих чисел и преобразуем её:

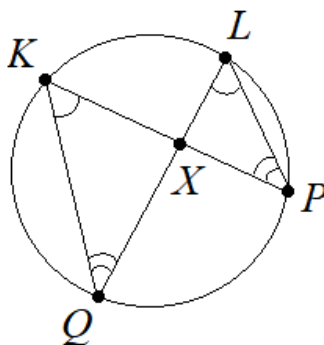
$$\begin{aligned} & (2025^{2025} + 2024^{2024}) - (2025^{2024} + 2024^{2025}) = \\ & = 2025^{2024}(2025 - 1) - 2024^{2024}(2024 - 1) = \\ & = 2025^{2024} \cdot 2024 - 2024^{2024} \cdot 2023 > 0, \end{aligned}$$

так как $2025^{2024} > 2024^{2024}$, $2024 > 2023$.

10.2. (7 баллов)

На берегу круглого озера четыре пристани K, L, P, Q . От пристани K отплывает катер, от L – лодка. Если катер поплывет прямо в P , а лодка – прямо в Q , то они столкнутся в некоторой точке X озера. Докажите, что если катер поплывет в Q , а лодка – в P , то они достигнут этих пристаней одновременно.

Решение.



Пусть скорости катера и лодки равны соответственно u и v . Треугольники KXQ и LXP подобны; $KX = ut$, $LX = vt$.

Имеем $\frac{KQ}{LP} = \frac{KX}{XL} = \frac{u}{v}$, откуда следует, что $\frac{KQ}{u} = \frac{LP}{v}$, то есть у лодки и катера одинаковое время движения, следовательно, они достигнут этих пристаней одновременно.

10.3. (7 баллов)

Докажите, что уравнение

$$x^4 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

не имеет решений.

Решение.

$x^4 \geq 0$ при любом действительном значении x .

Рассмотрим функцию $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$. Её графиком является парабола, расположенная выше оси Ox . Следовательно, $2x^2 - 2x + 1 > 0$ при любом действительном значении x .

Складывая неравенства, получим, что $x^4 + 2x^2 - 2x + 1 > 0$ при любом действительном значении x .

Следовательно, уравнение $x^4 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$ не имеет решений.

10.4. (7 баллов)

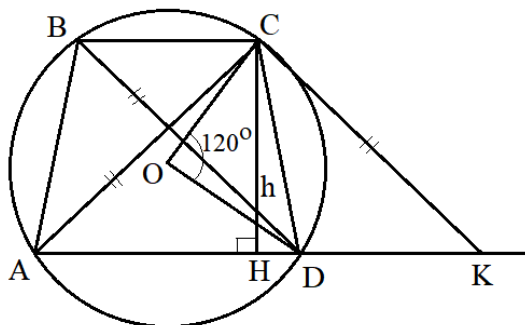
Найдите среднюю линию равнобедренной трапеции с высотой h , если её боковая сторона видна из центра описанной окружности под углом 120° .

Ответ: $\frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Решение.

Диагонали равнобедренной трапеции равны: $AC = BD$.

Проведём $CK \parallel DB$, тогда $BC = DK$, $BD = CK$ ($BCKD$ – параллелограмм).



$$\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = 60^\circ.$$

В треугольнике ACK $AC = CK$. Следовательно, $\angle A = \angle K = 60^\circ$, тогда $\angle C = 60^\circ$ и $AC = CK = AK$.

Обозначим $BC = a$, $AD = b$, $AK = AD + DK = AD + BC = b + a$.

Тогда $AC = b + a$.

В треугольнике ACH $\angle A = 60^\circ$, $CH = h$. Тогда $\sin A = \frac{CH}{AC}$:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{a+b}; \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{a+b}; \quad h = \sqrt{3} \cdot \frac{a+b}{2}.$$

Получим среднюю линию трапеции:

$$m = \frac{a+b}{2} = \frac{h\sqrt{3}}{3}.$$

10.5. (7 баллов)

Население Острова лжецов 2025 человек, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все заявили: "У меня ровно два друга", "Я не дружу с рыцарями". Какое максимальное число лжецов может жить на острове?

Ответ: 1350.

Решение.

Каждый лжец дружит хотя бы с одним рыцарем. Но так как каждый рыцарь дружит ровно с двумя лжецами, у трёх лжецов не может быть общего друга-рыцаря. Тогда количество лжецов не может превосходить числа рыцарей больше чем вдвое. Значит, рыцари составляют не менее трети населения Острова, т.е. 675 человек. Тогда $2025 - 675 = 1350$ лжецы.

11 класс

11.1. (7 баллов)

Решите уравнение

$$\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^3 + \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^3 = 27.$$

Ответ: -2; -0,5.

Решение.

Введем замену: $\frac{x+2}{x+1} = a$, $\frac{2x+1}{x+1} = b$. Тогда $a + b = 3$.

Исходное уравнение примет вид: $a^3 + b^3 = 27$.

Используя формулу суммы кубов и учитывая, что $a + b = 3$, уравнение можно представить в виде:

$$(a + b)((a + b)^2 - 3ab) = 3^3, \\ 3^2 - 3ab = 3^2.$$

Это возможно при условии, что $a = 0, b = 0$.

Таким образом, $x = -2, x = -0,5$.

Возможен и другой способ решения. При условии, что $x \neq -1$ умножим обе части уравнения на $(x + 1)^3$. Раскрыв скобки и приведя подобные, получим:

$$2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0, \\ 2(x^3 + 1) + 7x(x + 1) = 0, \\ (x + 1)(2x^2 + 5x + 2) = 0.$$

Получаем: $x = -2, x = -0,5$.

11.2. (7 баллов)

Рассматриваются квадратичные функции вида $y = x^2 + px + q$, для которых $p + \frac{1}{2}q = 2025$. Докажите, что графики данных функций проходят через одну точку.

Решение.

Так как $p + \frac{1}{2}q = 2025$, то $2p + q = 4050$. Тогда

$$f(2) = 2^2 + 2p + q = 4 + 4050 = 4054.$$

Следовательно, все графики функций вида $y = x^2 + px + q$ при заданном условии проходят через точку $(2; 4054)$.

11.3. (7 баллов)

Автобус считается переполненным, если в нём находится более 50 пассажиров. Два инспектора остановили колонну автобусов. Первый подсчитал процент переполненных автобусов, а второй инспектор подсчитал процент пассажиров, едущих в переполненных автобусах. У кого процент получился больше?

Ответ: больше процент у второго инспектора.

Решение.

Пусть k — количество переполненных автобусов, A — количество пассажиров в них; l — количество непереполненных автобусов, B — количество пассажиров в них.

По условию $A > 50k, B \leq 50l$. Тогда $\frac{A}{k} > 50, \frac{B}{l} \leq 50$. Следовательно,
 $\frac{A}{k} > \frac{B}{l}$.

Из последнего неравенства получим: $\frac{A}{B} > \frac{k}{l}$, что равносильно
 неравенству $\frac{B}{A} < \frac{l}{k}$.

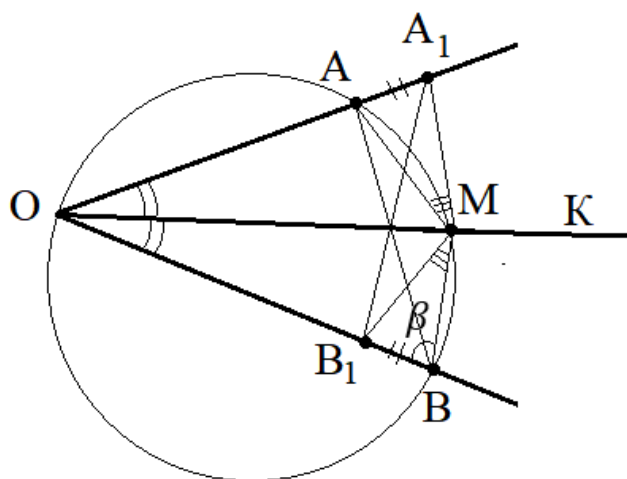
Преобразуем получившееся неравенство: $\frac{B}{A} + 1 < \frac{l}{k} + 1; \frac{B+A}{A} < \frac{l+k}{k}$.

Тогда $\frac{A}{B+A} > \frac{k}{l+k}$ или $\frac{A}{B+A} \cdot 100\% > \frac{k}{l+k} \cdot 100\%$, где $\frac{A}{B+A} \cdot 100\%$ - процент пассажиров в переполненных автобусах, $\frac{k}{l+k} \cdot 100\%$ - процент переполненных автобусов. Таким образом, у второго инспектора процент получился больше.

11.4. (7 баллов)

На разных сторонах угла с вершиной O берутся точки A и B такие, что сумма длин OA и OB постоянна. Докажите, что описанные окружности всевозможных треугольников AOB проходят, кроме точки O , еще через одну общую точку.

Решение.



Пусть γ – окружность, описанная около треугольника AOB , OK – биссектриса, $\gamma \cap OK = M$. Отложим от точки A точку A_1 , от точки B – точку B_1 так чтобы $OA + OB = OA_1 + OB_1$. Тогда $AA_1 = BB_1$.

Пусть γ_1 – окружность, описанная около треугольника OA_1B_1 . Докажем, что точка M лежит на окружности γ_1 . Это будет следовать из того, что

$$\angle A_1OB_1 + \angle A_1MB_1 = 180^\circ.$$

Рассмотрим треугольники A_1MA и B_1BM :

- 1) $AM = MB$, так как $\angle AOM = \angle BOM$;
 - 2) $AA_1 = BB_1$;
 - 3) $\angle OAM + \beta = 180^\circ$, $\angle A_1AM = 180^\circ - \angle OAM = \beta$, $\angle A_1AM = \angle B_1BM$.
- Из 1, 2, 3 следует, что треугольники A_1MA и B_1BM равны.

Тогда $\angle A_1MA = \angle B_1MB$ и, следовательно, $\angle A_1MB_1 = \angle AMB$.

Так как $OAMB$ – вписанный четырехугольник и $\angle AOB + \angle AMB = 180^\circ$, то $\angle AOB + \angle A_1MB_1 = 180^\circ$ или $\angle A_1OB_1 + \angle A_1MB_1 = 180^\circ$. Следовательно, точка M лежит на окружности γ_1 .

11.5. (7 баллов)

На клетчатом поле 2025×2025 в левом нижнем углу стоит игральный кубик с ребром 1. За один ход можно «перекатить» без скольжения кубик через ребро. За какое минимальное число шагов можно перекатить кубик в правый верхний угол так, чтобы верхняя грань на нём оказалась та же, что и в начальной позиции?

Ответ: 4048.

Решение.

Занумеруем строки и столбцы числами от 0 до 2024 слева направо и сверху вниз соответственно. Таким образом, каждая клетка поля получила свой адрес (r, c) , r – номер строки, c – номер столбца.

За один ход в адресе клетки, в которой находится кубик, изменяется на 1 либо номер строки, либо номер столбца. Чтобы число шагов было минимальным следует не ходить ни вниз, ни влево. Таким образом, минимальное число шагов, которые необходимо сделать, чтобы кубик оказался в правом верхнем углу, равно 4048 (2024 шага вверх и 2024 вправо).

Назовем верхнюю грань кубика в начальном положении «зелёная». Покажем, как можно пойти, чтобы зеленая грань была сверху, когда кубик окажется в клетке $(2024, 2024)$. Если зелёная грань сверху, то при движении вверх она будет оказываться сверху на каждом четвёртом шаге, поочередно переходя сначала на заднюю сторону, затем вниз, затем на переднюю сторону. То же самое будет происходить при движении вправо: правая сторона, нижняя сторона, левая сторона и снова сверху. Но если перед движением вверх зелёная грань окажется левой или правой боковой, она там будет оставаться, сколько бы шагов вверх мы не сделали. Если зелёная грань передняя или задняя боковая, то при движении вправо её положение меняться не будет. Таким образом, чтобы в конце пути зелёная грань оказалась бы верхней, можно поступить так: шаг вправо (зелёная грань – правая боковая) клетка $(0, 1)$, 2022 шага вверх (зелёная грань остается правой боковой) клетка $(2022, 1)$, шаг вправо (зелёная грань снизу) клетка $(2022, 2)$, шаг вверх (зелёная грань – передняя боковая) клетка $(2023, 2)$, 2022 шага вправо (зелёная грань остается спереди) клетка $(2023, 2024)$, шаг вверх (зелёная грань сверху) клетка $(2024, 2024)$. Цель достигнута.